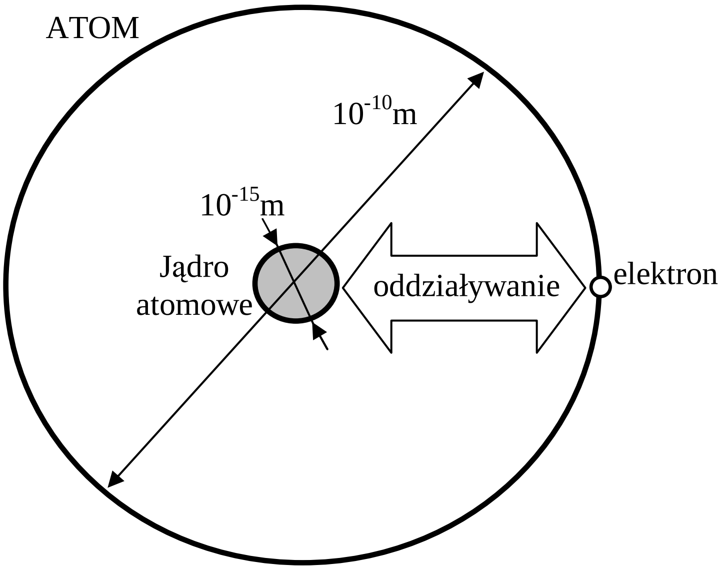
# Wprowadzenie

### Skala przestrzenna zjawisk fizycznych

Typowym obiektem przestrzennym, dostrzegalnym jeszcze gołym okiem, jest włos ludzki. Jego średnica to około 0.1 mm=$1 \cdot 10^{-4}$m=$100 \cdot 10^{-6}$m=100µm. Oko ludzkie jest w stanie zauważyć przedmiot o rozmiarze około 1µm, czyli jednego mikrometra. Jeden mikrometr to tysiąc nanometrów, czyli w zapisie liczbowym, 1µm=1000nm a 1nm to $10^{-9}$m. Typowy rozmiar atomu wynosi około 0.1nm, albo inaczej $10^{-10}$m. Wielkość ta ma swoją nazwę własną. $10^{-10}$m to inaczej Ångstrom, oznaczany jako 1Å. Nazwa ta pochodzi od nazwiska szwedzkiego badacza Andersa Jönsa Ångströma żyjącego w XIX wieku.

Mając więc bardzo uproszczone wyobrażenie atomu, jako obiektu o symetrii sferycznej, możemy go naszkicować w następujący sposób:




Rys. 1.

W środku atomu umieszczone jest jądro atomowe, które jest 10000 razy mniejsze od średnicy atomu. Jednak przestrzeń pomiędzy jądrem a krążącymi na orbitach elektronami nie jest bliżej niesprecyzowaną pustką. W przestrzeni tej występuje oddziaływanie, w tym wypadku oddziaływanie o naturze elektromagnetycznej. Oddziaływanie pomiędzy obiektami fizycznymi jest tak samo ważną i fundamentalną własnością świata przyrody, jak występowanie materialnych obiektów fizycznych. Można by nawet w tym miejscu podać jedną z wielu definicji tego działu nauki, który nazywamy fizyką.

| |
|---|
| **Fizyka opisuje obiekty materialne oraz oddziaływania pomiędzy nimi** |

To oczywiście bardzo zgrubne określenie, jednak na tym etapie daje pewne poczucie uporządkowania; jest proste i jest dosyć ogólne, jak sama fizyka, która

uzurpuje sobie prawo do tłumaczenia jak najszerzej klasy zjawisk, w sposób jak najbardziej dogłębny.
Ciekawą cechą atomu jest sposób rozmieszczenia jego masy. Zdecydowana jej większość jest zgromadzona w jądrze atomowym, zbudowanym z protonów oraz neutronów. Masa protonu jest 1836 razy większa od masy elektronu krążącego na orbicie. Masa elektronu wynosi natomiast $m_e=9.1 \cdot 10^{-31}$kg, czyli jest stosunkowo małą liczbą. W samym jądrze znajdują się nie tylko nukleony (czyli protony i neutrony), ale występuje tym razem oddziaływanie jądrowe, przyciągające, o zasięgu ograniczonym do podanego wcześniej wymiaru przestrzennego $10^{-15}$m.

W jeszcze mniejszej skali przestrzennej, t.j. $10^{-19}$m , odbywają się zjawiska polegające na rozpadzie cząstek elementarnych, takich jak np. neutron, na inne cząstki elementarne. W rozpadzie neutronu powstaje proton, o ładunku elektrycznym dodatnim, elektron, o ładunku elektrycznym ujemnym oraz bardzo lekka cząstka neutralna elektrycznie, tzw. antyneutrino elektronowe. Rozpad ten, zwany również żargonowo rozpadem „beta minus”, ozn. $\beta^-$, zapisuje się następująco

$$n \to p^+ + e^- + \tilde{\nu}_e$$

Oczywiście, i w tym wypadku, w tak bardzo małym obszarze pomiędzy cząstkami dochodzi do oddziaływania, które nazywa się „słabym”.

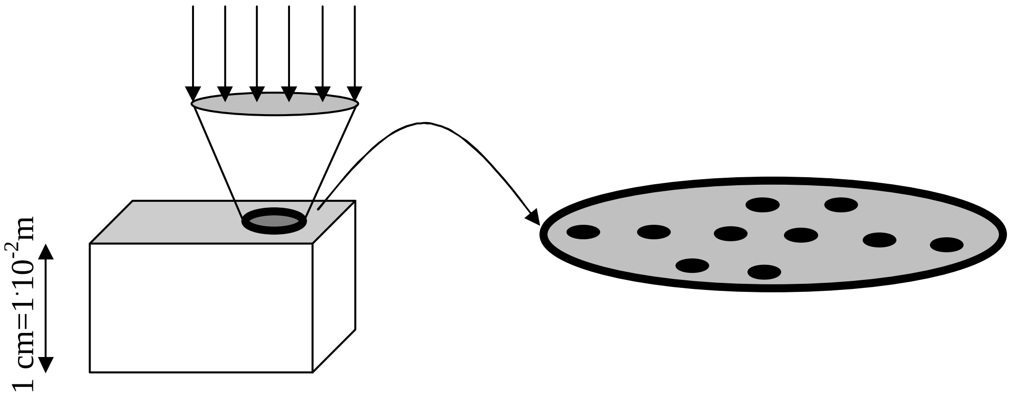
Wypada w tym miejscu postawić pytanie o to, ile rodzajów oddziaływania występuje w przyrodzie. Na dzień dzisiejszy można stwierdzić, że oddziaływania podstawowe, nazywane również fundamentalnymi, dzielą się na cztery rodzaje. Zestawienie oddziaływań z podaniem ich zasięgu oraz względnej siły – względem najmocniejszego oddziaływania jądrowego – zawarte jest w poniższej tabeli.

Tab. 1. Zestawienie oddziaływań fundamentalnych (podstawowych).

| Oddziaływanie podstawowe | Zasięg oddziaływania | Względna siła oddziaływania |
|---|---|---|
| Grawitacyjne | ∞[1] | $10^{-36}$ |
| Elektromagnetyczne | ∞ | $10^{-2}$ |
| Jądrowe | $10^{-15}$m | 1 |
| Słabe | $10^{-19}$m | $10^{-12}$ |

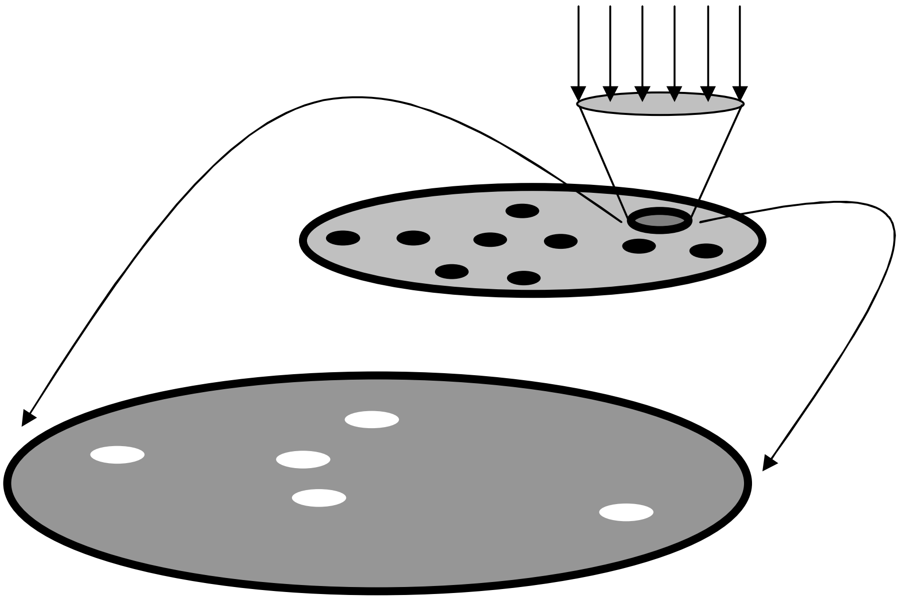
Na koniec tego ogólnego wprowadzenia na temat, czym zajmuje się fizyka, parę uwag o drugim krańcu skali przestrzennej, który odnosi się do Wszechświata, jako największego dostępnego nam obiektu fizycznego. Zanim jednak wyciągniemy tu jakieś konkretne wnioski, przeprowadźmy pewne doświadczenie myślowe z wirtualnym przyrządem powiększającym, to znaczy takim, który pozwala nam zajrzeć „w głąb” materii - doświadczenia myślowe są z natury rzeczy tanie. Popatrzmy zatem przez „mikroskop”, w sposób pokazany na rysunku 2.

[1] Symbol ten oznacza nieskończoność.




Rys. 2.

W polu obserwowanym przez przyrząd widać pewne obiekty, które rozłożone są równomiernie w przestrzeni, dlatego że obszar ten jest na tyle duży, że materia jest w nim rozłożona równomiernie. Zatem użyjmy większego powiększenia, tak jak na rysunku 3. Nie przesadzajmy jednak – nie chodzi o zobaczenie jądra atomowego, ale o takie powiększenie, przy którym zauważymy pewne obiekty, które nie są już rozłożone równomiernie.



Rys. 3.

Co z tego wszystkiego wynika? Po pierwsze, aby zobaczyć pewne szczegóły rzeczywistości dobrze jest posługiwać się przyrządami pomiarowymi. Po drugie, zwiększając powiększenie stwierdzamy, że w pewnym momencie widać nieregularności – mamy w ten sposób pewność, że nasze powiększenie jest duże, aby stwierdzić, że dzieje się coś nowego i ważnego. Ta skala przestrzenna jest niezwykle ważna ze względów praktycznych. Nie jest to skala atomowa ($10^{-10}$m), tym bardziej jądrowa ($10^{-15}$m). Jest ważna, ponieważ umożliwia projektowanie i konstrukcję najmniejszych urządzeń mechaniczno-elektrycznych[2]. Jest to tzw. skala mezoskopowa. Jej zakres odnosi się do rozmiarów przestrzennych rzędu 1-100μm.

[2] Mechatronicznych.

Jednak, co to ma wspólnego z największymi obiektami fizycznymi i samym Wszechświatem? Otóż, prowadząc obserwacji astronomiczne posługujemy się różnego rodzaju teleskopami, przyrządami powiększającymi. Poza tym, dostępny obecnie obserwacjom obszar Wszechświata rozciąga się na odległości około 15 miliardów lat świetlnych[3]. I w końcu najbardziej zaskakująca informacja, zaskakująca w kontekście naszego doświadczenia myślowego. Materia w dostępnym nam obszarze obserwacji nie jest rozłożona równomiernie[4]. I to wszystko jest bardzo ciekawe.

## Pytania

1. Dlaczego w naszym życiu codziennym podlegamy przede wszystkim oddziaływaniu grawitacyjnemu, skoro jest ono zdecydowanie najsłabsze spośród oddziaływań podstawowych?
2. Ile może być atomów w obszarze sześciennym o boku 100nm wykonanym z żelaza? To pytanie nawiązuje do pojęcia mola. Jeden mol substancji zawiera około $10^{23}$ atomów.[5] Ile dokładnie? Ile waży jeden mol żelaza? Wskazówka: jeden mol wodoru dwuatomowego waży 2g, a jeden kilomol 2kg – obejrzyj tablicę Mendelejewa.[6]

---

[3] 15 mld lat świetlnych odpowiada odległości równej $15 \cdot 10^{9} \cdot (365 \cdot 24 \cdot 3600) \cdot 3 \cdot 10^{9}$ m/s$=1.4 \cdot 10^{26}$m.
[4] Eksperymenty tego typu rozpoczęto w 1989 roku z wykorzystaniem sztucznego satelity COBE (Cosmic Background Explorer).
[5] Czyli jest to bardzo wygodna jednostka ilości substancji.
[6] …”tlen-osiem, węgiel-dwanaście, siarka-szesnaście…”

# Mechanika

Mechanika jest zwykle jednym z pierwszych rozdziałów w typowym podręczniku do podstaw fizyki. Mechanika dzieli się na kinematykę i dynamikę. Kinematyka opisuje ruchy. Dynamika, czyni krok dalej, bowiem wnika w przyczyny ruchu wprowadzając pojęcie siły.

**Mechanika**

<u>**Kinematyka** (ruchy)</u>

<u>**Dynamika** (przyczyny ruchu)</u>

1) Położenie, 2) zmiana położenia,
3) prędkość, 4) zmiana prędkości,
5) przyspieszenie, 6) zmiana przyspieszenia.

Rys. 4.

Można by sobie postawić pytanie: czy nie wystarczyło by użycie tylko wielkości 1, 3, 5, aby w pełnie opisać np. ruch samochodu? Wielkość nr 1 odnosi się wyraźnie do punktu – nie opisuje więc takich sytuacji, jak przepakowanie samochodu (umożliwia to wielkość nr 2). Wielkość nr 3 może, owszem, odnosić się do jednego, konkretnego punktu (mówimy wtedy o prędkości chwilowej), jednak kiedyś trzeba samochód zatrzymać, czyli zmniejszyć prędkość. Wreszcie, można przyspieszać jednostajnie (przyspieszenie z pkt. 5 by tu wystarczyło, aby opisać to zjawisko), ale można przyspieszać (zahamować) bardziej gwałtownie

**Definicja 1.1**

Zmianą dowolnej wielkości fizycznej *A* będziemy nazywać różnicę pomiędzy jej wartością końcową i wartością początkową, to jest

$$\Delta A = A_{końcowa} - A_{początkowa} = A_k - A_p \qquad (1)$$

Wynika z tego, że ΔA może być czasami ujemne.

Wszystkie wielkości, ponumerowane powyżej od 1 do 6, są wielkościami wektorowymi. Posługiwanie się wektorem jest niezbędne w sytuacji, kiedy zjawisko fizyczne zachodzi nie w punkcie, ale w jakimś obszarze[7] przestrzeni a w praktyce zawsze tak jest. Oznacza to, że w jakimś miejscu się zaczyna a w innym się kończy. Typowym przykładem takiego zjawiska jest nasza codzienna wędrówka na zajęcia, do pracy, jakiś przepływ (w rzekach i rurach), lot samolotem itd. Poza wszystkim; pełny opis ruchu w kinematyce jest możliwy z wykorzystaniem wielkości wektorowych. Dlatego powtórzymy diagram z podziałem mechaniki na kinematykę i dynamikę, zapoznając się jednocześnie z

[7] Pojęcie punktu jest pojęciem abstrakcyjnym. Obszar to zbiór punktów, który można ewentualnie zobaczyć korzystając z przyrządu pomiarowego.

powszechnie używanymi symbolami dla odpowiednich wielkości kinematycznych. Znaczenie tych symboli stanie się bardziej jasne na kolejnych stronach tego opracowania

**Mechanika**

<u>**Kinematyka** (ruchy)</u>

<u>**Dynamika** (przyczyny ruchu)</u>

1) wektor położenia $\vec{r}$ , 2) wektor przemieszczenia $\Delta\vec{r}$ ,
3) wektor prędkości $\vec{v}$ , 4) zmiana prędkości $\Delta\vec{v}$ ,
5) wektor przyspieszenia $\vec{a}$ , 6) zmiana przyspieszenia $\Delta\vec{a}$ .

Rys. 5.

W tym momencie nadszedł czas, aby postawić następujące pytanie; co tak naprawdę liczymy posługując się następującym wzorem ze szkoły średniej

$$s = v_0 t + \frac{at^2}{2} \quad ? \tag{2}$$

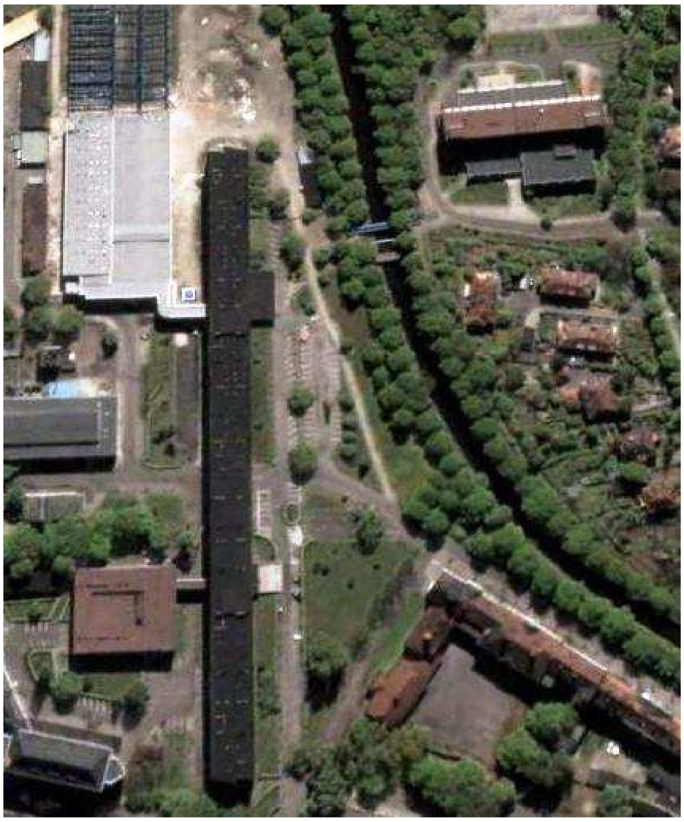
Lub inaczej, jak ma się wielkość *s* w tym wzorze do wielkości przedstawionych na Rys. 5? O wzorze tym mówi się potocznie; wzór na drogę w ruchu jednostajnie przyspieszonym z prędkością początkową. „Produkcją” takich wzorów zajmiemy się w dalszej części kursu. Teraz jednak chodzi o wstępne zrozumienie tego wyrażenia oraz o powiązanie go z informacjami przedstawionymi na kilku poprzednich stronach. Aby to osiągnąć musimy poznać i zrozumieć zupełnie podstawowe pojęcie w fizyce, mianowicie pojęcie układu odniesienia.

## Pojęcie układu odniesienia

Układem odniesienia nazywamy pewien zbiór prawdziwych, materialnych przedmiotów, względem których będziemy w dogodny sposób określać zmiany położenia poruszających się obiektów.

Przykładowo, aleja rosnących wzdłuż drogi drzew, regularnie ułożone płytki chodnikowe, rzędy krzeseł w sali, w której prowadzony jest wykład. Ważne jest, aby ten zestaw przedmiotów był nazwany i jednoznacznie wykorzystany w trakcie prowadzenia obserwacji kinematycznych.

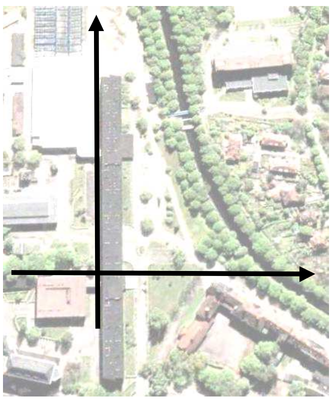
Popatrzmy na jeszcze jeden przykład, zdjęcie lotnicze przedstawiające okolice Wydziału Mechaniczno-Technologicznego (Rys. 6.).



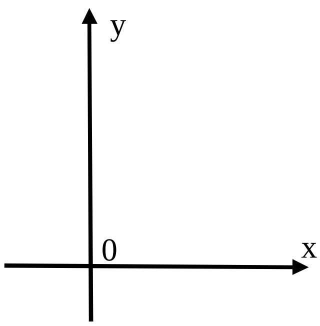
Rys. 6.

Widać na nim, że sam budynek Wydziału jest gotową, długą „linijką”, względem której możemy określać położenia i zmiany tychże. Wydaje się, że drzewa na Kłodnicą nadawały by się doskonale do opisu zmian położenia kajaków płynących po rzece.[8]

W fizyce jednak posługujemy się precyzyjnym językiem matematyki, więc rysowanie za każdym razem tylu drzew byłoby zbyt czasochłonne. Dlatego bardziej użyteczna jest matematyczna reprezentacja układu odniesienia, czyli układ współrzędnych kartezjańskich; jedna oś liczbowa wystarczy do zagadnienia jednowymiarowego (1D), dwie osie do opisu ruchu samochodu na parkingu przed Wydziałem (Rys. 7, 2D), trzy osie (x, y, z) do opisu akrobacji samolotu w powietrzu (3D).



albo
lepiej
tak ->

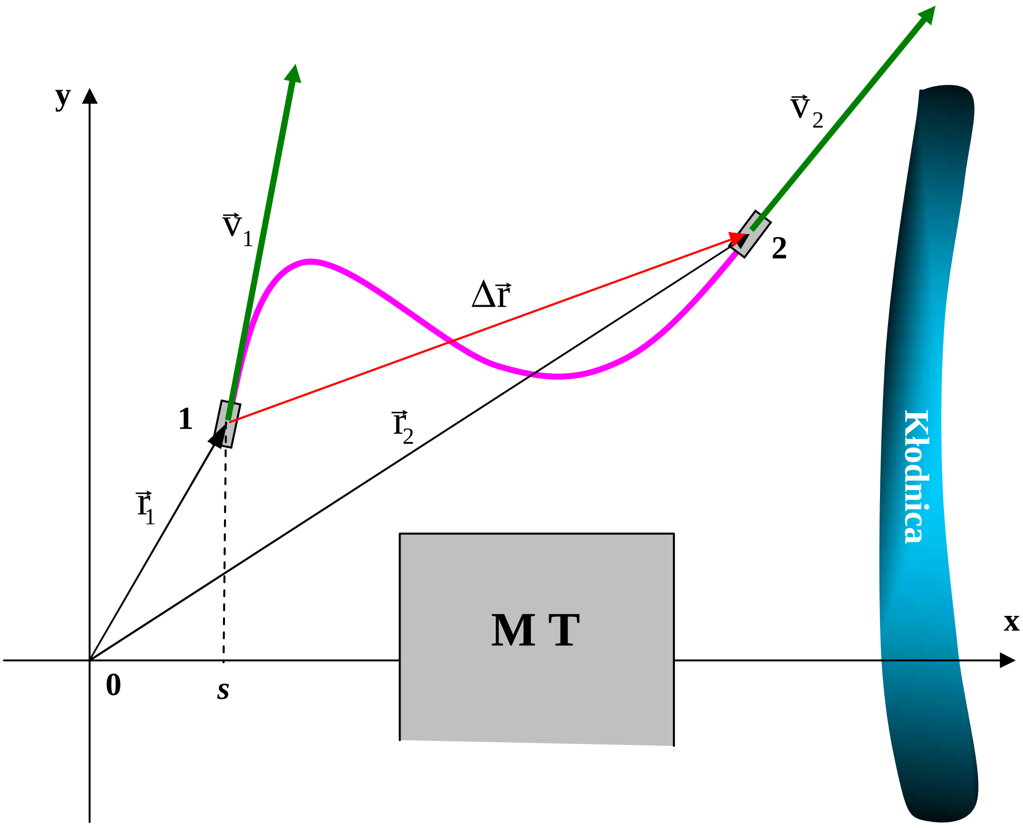



Rys. 7.

[8] Zdajemy sobie sprawę z ryzyka…

Wracając do wzoru (2). Można stwierdzić, że wzór ten określa po prostu współrzędną na którejś z osi liczbowych z Rys. 7. Na której? Tego nie wiadomo. Zapis wzoru 2 nie mówi, czy chodzi o oś x, czy o oś y. Dlatego analizie tego zapisu poświęcimy teraz nieco więcej czasu.

W tym celu narysujmy przypadek 2D bardziej dokładnie (Rys. 8), aczkolwiek bardziej symbolicznie (matematycznie). Dodatkowo rozpatrzmy jakieś dwa dowolne położenia (1, 2) samochodu na parkingu od strony południowej Wydziału MT. Przyporządkujmy tym punktom wektory prędkości, tutaj mających oczywiste znaczenie prędkości chwilowych, odpowiednio $\vec{v}_1$ i $\vec{v}_2$.




Rys. 8.

Na rysunku można odnaleźć szereg istotnych, ścisłych wielkości wektorowych używanych w kinematyce. Wymienimy je teraz, aczkolwiek pokreślmy to jeszcze raz, są to ścisłe definicje tych wielkości:

1) wektor położenia (na rysunku to albo $\vec{r}_1$, albo $\vec{r}_2$): jest to wektor poprowadzony (zawsze!, bo to jest jego formalna definicja) od początku układu współrzędnych (układu odniesienia) do miejsca, gdzie znajduje się w danym momencie obiekt, który obserwujemy,
2) wektor przemieszczenia (na rysunku oznaczony przez $\Delta\vec{r}$): jest to wektor poprowadzony od dowolnego punktu, w którym znajdujemy się wcześniej, do punktu, w którym znajdujemy się później.

3) Wektory prędkości chwilowych, tutaj $\vec{v}_1$ i $\vec{v}_2$, które są styczne[9] do prawdziwego toru ruchu zaznaczonego na rysunku 8.

Dodatkowo, na rysunku zaznaczony współrzędną punktu 1 używając nie bez przypadku oznaczenia *s*, takiego samego, jak we wzorze (2). Widzimy zatem, że:
1) *s* to, po pierwsze, liczba, która podaje odległość od początku układu współrzędnych, ale widzianą niejako z pozycji obserwatora „chodzącego" np. po osi *x*.
2) Po drugie, sprawdzając, gdzie znajdujdował się samochód w momencie początkowym *t=0* (nazwiemy go chwilą początkową albo początkiem obserwacji), czyli korzystając ze wzoru (2), widzimy, że w punkcie był on w punkcie (0,0), ponieważ

$$s = v_0 t + \frac{at^2}{2} = v_0 0 + \frac{a0^2}{2} = 0 + 0 = 0 = x, \qquad y = 0 \qquad (3)$$

Zatem, wzór (2) nadaje się do opisu sytuacji, w której samochód rozpoczął by ruch w specjalnym punkcie. Nie jest więc uniwersalny! Jak opisać sytuację, kiedy rozpoczynamy podróż po zajęciach z miejsca parkowania znajdującego się np. w pobliżu punktu 2?

**Działania na wektorach, współrzędne wektorów**

Istnieją cztery podstawowe działania na wektorach:
1) dodawanie,
2) odejmowanie,
3) iloczyn skalarny, którego wynikiem jest skalar (liczba),
4) iloczyn wektorowy, którego wynikiem jest wektor prostopadły do płaszczyzny, w której leżą mnożone wektory.

Działania na wektorach można przeprowadzać na dwa sposoby:
1) graficznie,
2) analitycznie, czyli wykonując rachunki na symbolach matematycznych.

Co to jest wektor?

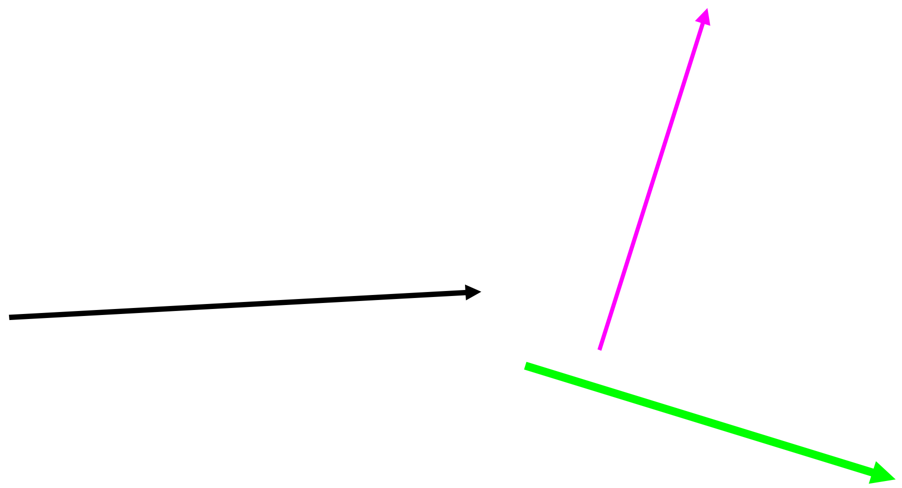
Wektor to obiekt geometryczny, który posiada cztery cechy istotne z punktu widzenia zastosowań w fizyce:
1) długość (lub moduł), proporcjonalną do wartości danej wielkości fizycznej, np. prędkości,
2) zwrot, co oznacza, że wektor ma jednoznacznie określony początek i koniec, w którym rysujemy grot strzały, po to, aby pokazać, w którą stronę płynie rzeka, leci samolot itd.,
3) kierunek, który określony jest przez prostą związaną z jakimś zjawiskiem fizycznym; np. strumień cieczy w rurze może płynąć wzdłuż określonego kierunku (narzuconego przez rurę), jednak raz w lewo, raz w prawo,

[9] Styczność do krzywej jest cechą lokalną – oznacza to, że wektor prędkości może być styczny tylko w jednym punkcie, obok, już nie. Ponieważ to cecha lokalna, to tak narysowany wektor prędkości określa się mianem wektora prędkości chwilowej.

4) punkt zaczepienia - to miejsce ma znaczenie symboliczne. Jeśli na przykład, chcemy zaznaczyć wektor prędkości samochodu, to zwykle wybieramy jako punkt zaczepienia jego środek ciężkości (pojęcie, które stanie się jasne w dalszej części kursu).

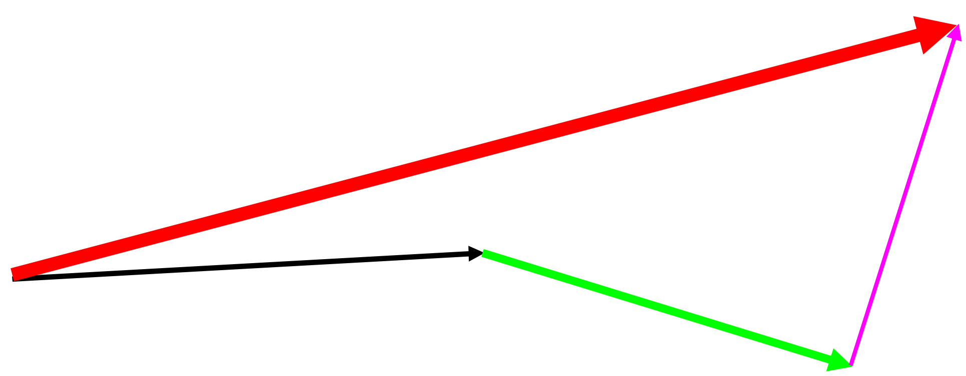
**Dodawanie**

Dane:

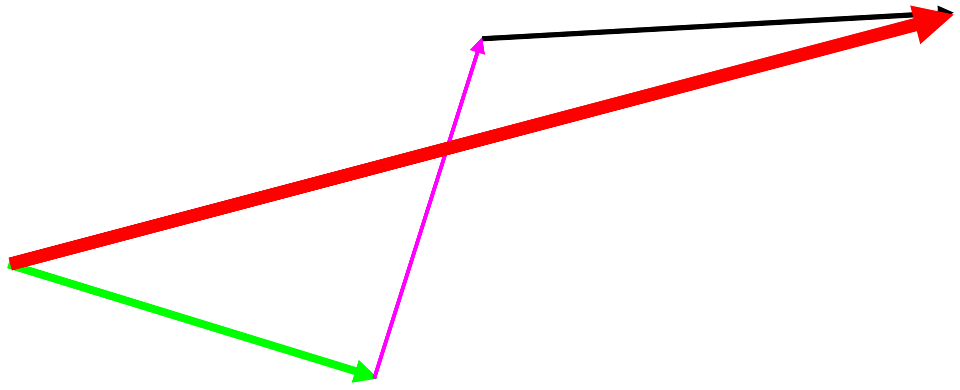


Reguła: do końca składnika zaczepia się początkiem następny wektor (składnik sumy wektorów):

Wynik: Suma wektorów, to wektor łączący początek pierwszego składnika sumy wektorowej z końcem ostatniego składnika:



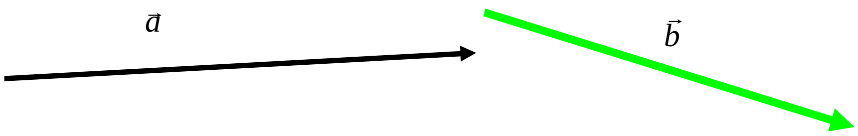
Pytanie: czy dodawanie trzech wektorów jest przemienne?
Sprawdzenie:



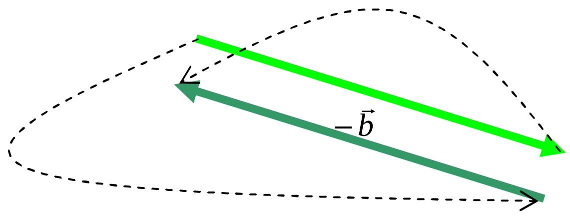
Odpowiedź: dodawanie wektorów jest przemienne.

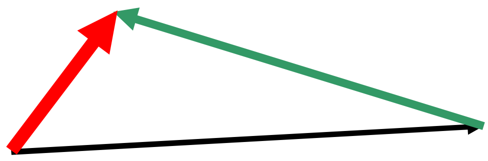
**Odejmowanie**

Dane:




Reguła: Do końca pierwszego składnika należy dodać wektor o zwrocie przeciwnym, ponieważ $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + \left(-\vec{b}\right)$. Zatem:



**Mnożenia skalarne:**

Reguła: Wynikiem mnożenia skalarnego jest liczba (skalar, oznaczony np. przez W). Iloczyn skalarny jest równy iloczynowi długości wektorów i cosinusa kąta zawartego pomiędzy nimi (aby określić kąt, wektory muszą być zaczepione początkami w tym samym punkcie – zawsze wybieramy kąt o mniejszej mierze).

Dane: $\vec{a} = \left[a_x, a_y, a_z\right] \overset{\text{lub}}{=} a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}$, $\quad \vec{b} = \left[b_x, b_y, b_z\right] \overset{\text{lub}}{=} b_x\vec{i} + b_y\vec{j} + b_z\vec{k}$

Rozwiązanie:

$$W = \vec{a} \bullet \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos\alpha \overset{\text{lub}}{=} a \cdot b \cdot \cos\alpha \overset{\text{lub}}{=} \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \cdot \sqrt{b_x^2 + b_y^2 + b_z^2} \cdot \cos\alpha \overset{\text{lub}}{=}$$
$$\overset{\text{lub}}{=} a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

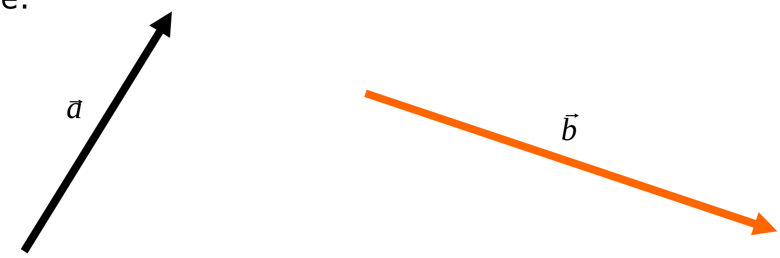
**Mnożenie wektorowe:**

Reguła: wynikiem mnożenia wektorowego jest wektor prostopadły do płaszczyzny, w której leżą wektory mnożone. Zwrot tego wektora określony jest regułą śruby prawoskrętnej.

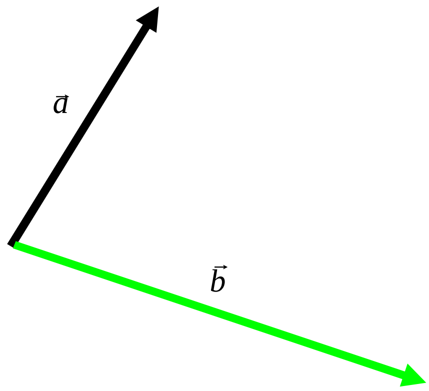
Mnożenie wektorowe nie jest przemienne, dlatego można jednoznacznie przyporządkować następujące nazwy mnożonym wektorom (czynnikom iloczynu): pierwszy_czynniki, drugi_czynnik.

Przykład:

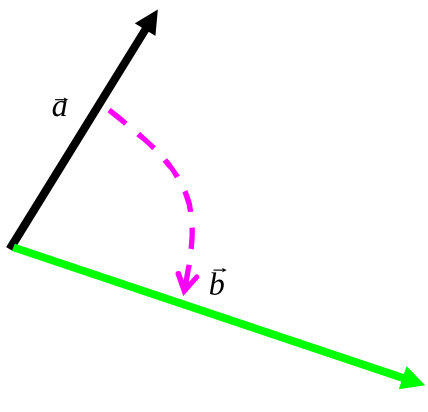
Dane:




Krok 1: zaczepiam oba wektory początkami w miejscu, który posiada sens fizyczny



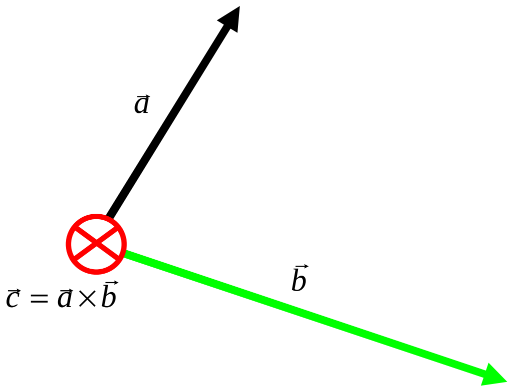

Krok 2: jeżeli należy obliczyć wektor $\vec{c}$, który jest wynikiem mnożenia wektorowego pierwszego czynnika ( $\vec{a}$ ) przez drugi czynniki ( $\vec{b}$ ), to obracam w wyobraźni pierwszym czynnikiem w stronę drugiego:



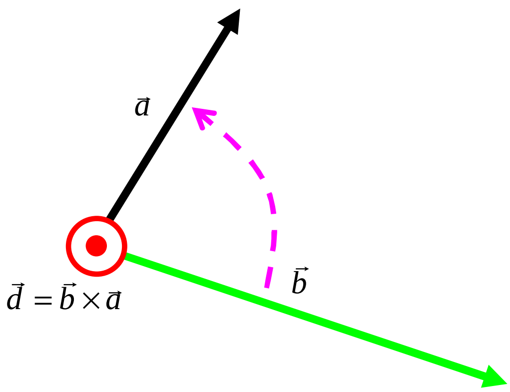

Krok 3: stwierdzam, że na rysunku wektor $\vec{a}$ obraca się w stronę drugiego w prawo, a więc wyniki mnożenia jest zwrócony za płaszczyznę, w której leżą

mnożone wektory (innymi słowy; wkręcamy śrubę, kręcąc „myślowym" śrubokrętem w prawo), zatem,

Krok 4: zaznaczam wynik mnożenia wektorowego




Uwaga: Oczywiście, w wypadku zmienione kolejności czynników w powyższym iloczynie mamy $\vec{b} \times \vec{a} = -\left(\vec{a} \times \vec{b}\right) \overset{ozn.}{=} \vec{d}$ i wtedy wynik jest skierowany w stronę oglądającego tę stronę.




Uwaga: wartość iloczynu wektorowego (długość wektora będącego wynikiem mnożenia wektorowego wektorów) jest równa iloczynowi długości mnożonych wektorów oraz sinusa kąta zawartego pomiędzy nimi:

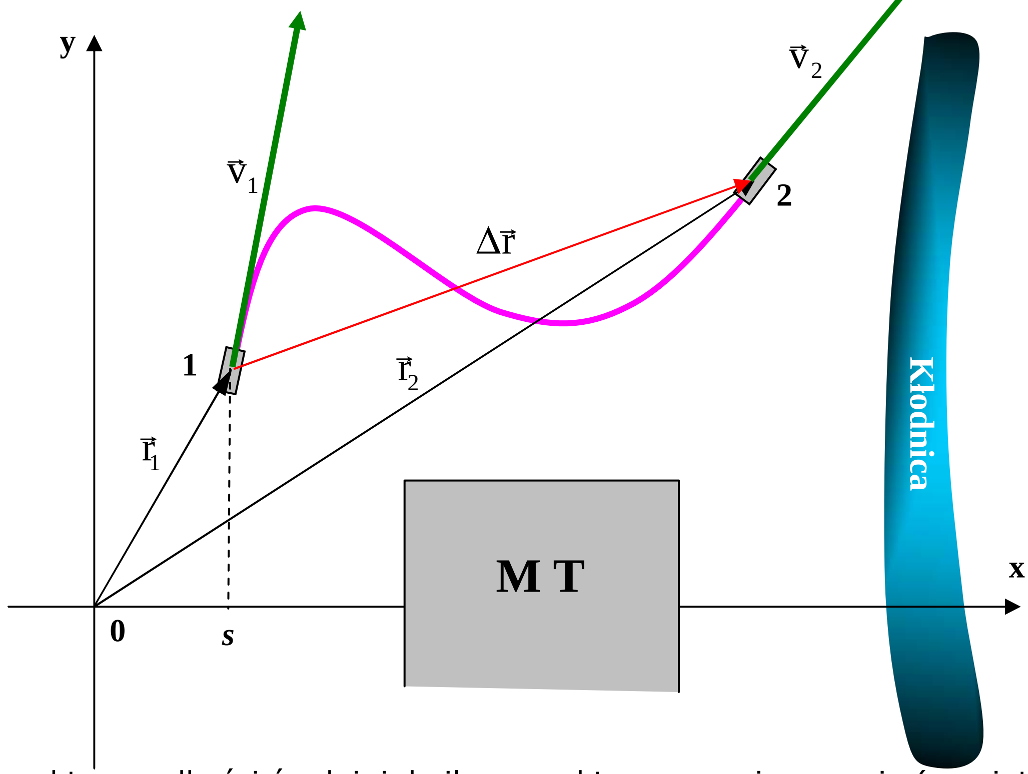
Dane: $\vec{a} = \left[a_x, a_y, a_z\right] \overset{\text{lub}}{=} a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$, $\quad \vec{b} = \left[b_x, b_y, b_z\right] \overset{\text{lub}}{=} b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + b_z \vec{k}$

Rozwiązanie:

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin\alpha \overset{\text{lub}}{=} a \cdot b \cdot \sin\alpha \overset{\text{lub}}{=} \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \cdot \sqrt{b_x^2 + b_y^2 + b_z^2} \cdot \sin\alpha \overset{\text{lub}}{=}$$

$$\overset{\text{lub}}{=} \left[ \begin{vmatrix} a_y & a_z \\ b_y & b_z \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} a_z & a_x \\ b_z & b_x \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} a_x & a_y \\ b_x & b_y \end{vmatrix} \right] \overset{\text{lub}}{=} \left[\left(a_y b_z - a_z b_y\right), \left(a_z b_x - a_x b_z\right), \left(a_x b_y - a_y b_x\right)\right]$$

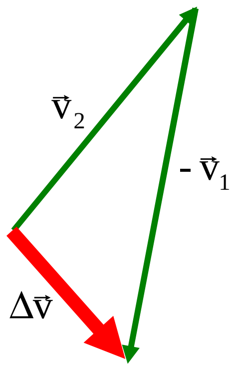
Wracając z powrotem do Rys. 8, należy podać trzy istotne definicje nowych wektorów użytecznych w kinematyce: a) wektor prędkości średniej, b) wektor zmiany prędkości, c) wektor średniego przyśpieszenia.




Ad. a - wektor prędkości średniej do iloraz wektora przemieszczenia (pamiętamy, wektor ten nie zawiera informacji o szczegółach kształtu toru ruchu) oraz czasu, w którym to przemieszczenie zaistniało, czyli[10]

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

Ad. b - wektor zmiany prędkości $\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$,[11] czyli dla przykładu z rysunku




Uwaga: Nawet, gdyby wektory prędkości w punktach 1 i 2 były równe, co do długości (ta sama prędkość na liczniku w samochodzie), to i tak wystąpiła by

---

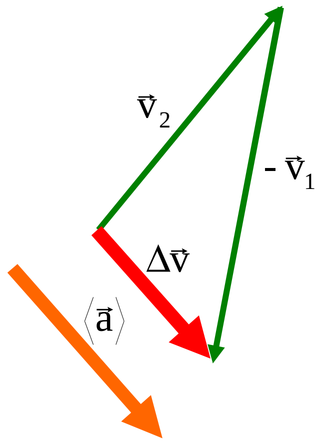
[10] Wartość średnią każdej wielkości (skalarnej lub wektorowej) przyjęło się oznaczać za pomocą kreski powyżej symbolu tej wielkości. Jednak, w przypadku wektorów, oznaczenie wektora za pomocą strzałki i dodatkowo kreski jest nieczytelne, dlatego wektor średni lepiej oznaczać używając drugiego, alternatywnego sposobu za pomocą nawiasu ostrego.

[11] Pamiętamy o regule: najpierw to, co było „potem" minus to, co było „przedtem"

zmiana prędkości! Zmiana prędkości jest pojęciem bardziej ogólnym, niż to się nam wydaje; jest pojęciem wektorowym.

Ad. c - wektor przyspieszenia średniego. Wektor ten, to iloraz wektora zmiany prędkości i czasu, w którym ta zmiana zaszła

$$\langle \vec{a} \rangle = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$




Z rysunku i ze wzoru wynika, że wektor średniego przyśpieszenia jest po prostu równoległy do wektora zmiany prędkości. Miejsce, gdzie wektor średniego przyspieszenia się zaczepia, to rzecz umowna, zależna od kontekstu konkretnej sytuacji fizycznej (rysunku odzwierciedlającego tę sytuację).

Wektor zmiany prędkości i w konsekwencji przyśpieszenia pojawiają się zawsze tam, gdzie istnieją siły, co stanowi przedmiot dynamiki, następnego działu mechaniki.